# 数　　　学 (全1の1)

次の $\boxed{\phantom{000}}$ に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は，コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. 座標平面上の2直線 $mx-y+1=0$，$x+my-m-2=0$ の交点をPとする。ここで，$m$ は実数とする。

(i) $m$ の値が変化するとき，点Pが描く軌跡の方程式は $\boxed{①}$ である。ただし，点$(0,1)$を含まない。

(ii) $m$ の値が $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \leqq m \leqq 1$ のとき，点Pが描く曲線の長さは $\boxed{②}$ である。

2. 正八面体について考える。(ii)～(iv)において，回転すると重なる並び方は同じとする。

(i) 頂点の数は $\boxed{③}$ 個ある。

(ii) 頂点に1，2，…と順に番号を付けていくとき，番号の付け方は $\boxed{④}$ 通りある。

(iii) 2つの面を赤に，残りの6つの面を白に塗るとき，塗り方は $\boxed{⑤}$ 通りある。

(iv) 3つの面を赤に，残りの5つの面を白に塗るとき，塗り方は $\boxed{⑥}$ 通りある。

3. 次の計算をしなさい。対数は自然対数とする。

$$\int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{1+x}}\,dx = \boxed{⑦},\quad \int_1^{\sqrt{3}} 2x\log(1+x^2)\,dx = \boxed{⑧}$$

4. 座標平面上で，関数 $f(x)=\sqrt{6-x}$ で表される曲線 $C: y=f(x)$ を考える。$4 \leqq t \leqq 5$ を満たす実数 $t$ に対して，曲線 $C$ 上の点 $(t,\ f(t))$ と $(t,\ 0)$，$(2,0)$ および $(2,\ f(t))$ の4つの点を頂点とする四角形の面積を $S(t)$ とする。

(i) $S(t)$ を $t$ を用いて表すと $\boxed{⑨}$ となる。

(ii) $S(t)$ は $t=\boxed{⑩}$ のとき最大値 $\boxed{⑪}$ をとり，$t=\boxed{⑫}$ のとき最小値 $\boxed{⑬}$ をとる。

(iii) 区間$[4,5]$を $n$ 等分してその端点と分点を小さい順に $t_0=4$，$t_1$，$t_2$，…，$t_n=5$ とする。極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}S(t_k)$ の値を求めると $\boxed{⑭}$ となる。ただし，$n$ は正の整数とする。

5. 数列 $\{a_n\}$ が $3(a_{n+1})^2=(a_n)^3$ の関係を満たしているとする。ただし，$a_n$ は正の実数で，$n$ は正の整数とする。

(i) $\log a_n$ を $n$ と $a_1$ を用いて表すと $\boxed{⑮}$ となる。

(ii) 数列 $\{a_n\}$ が収束するような $a_1$ の値の範囲は $\boxed{⑯}$ である。

6. 平面上に三角形△ABCと点Pがあり，$9\overrightarrow{PA}+4\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$ を満たしている。三角形△PAB，△PBC，△PCAの面積をそれぞれ $S_1$，$S_2$，$S_3$ とするとき，面積比を求めると $S_1:S_2:S_3=\boxed{⑰}$ となる。